

Tag der Mathematik 2011

Gruppenwettbewerb

Allgemeine Hinweise:

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden.

Taschenrechner sind nicht zugelassen.

Aufgaben bitte nur auf den Aufgabenblättern bearbeiten und abgeben!

Schulnummer	Teamnummer	Name eines Teammitgliedes

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt.

Aufgabe	G1	G2	G3	G4	Summe
Mögliche Punktzahl	8	8	8	8	32
Erreichte Punktzahl					



Schulnummer	Teamnummer	Name eines Teammitgliedes

Aufgabe G1 (8 Punkte)

Es sei $F(x) := \frac{9^x}{9^x + 3}$.

- Zeigen Sie $F(x) + F(1-x) = 1$.
- Berechnen Sie

$$F\left(\frac{1}{2011}\right) + F\left(\frac{2}{2011}\right) + \dots + F\left(\frac{2009}{2011}\right) + F\left(\frac{2010}{2011}\right).$$

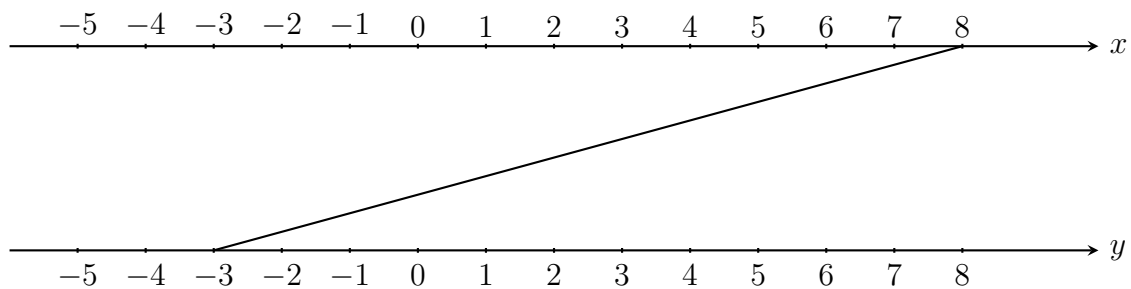


Schulnummer	Teamnummer	Name eines Teammitgliedes

Aufgabe G2 (8 Punkte)

Eine Lösung der Gleichung $3x + 4y = 12$ ist $x = 8$ und $y = -3$.

Man kann diese Lösung auf zwei parallelen Achsen eintragen und durch eine sogenannte Lösungsstrecke miteinander verbinden:



Bestimmen Sie weitere Lösungen der Gleichung $3x + 4y = 12$, tragen diese auf den parallelen x - und y - Achsen ein und verbinden diese Lösungspunkte mit einer Strecke.

Welche Eigenschaft haben diese Lösungsstrecken?

Begründen Sie diese Eigenschaft.

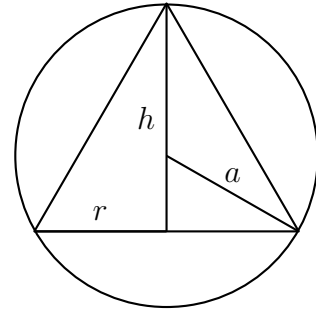


Schulnummer	Teamnummer	Name eines Teammitgliedes

Aufgabe G3 (8 Punkte)

Einer Kugel mit Radius a ist der Kegel mit dem größten Volumen V einzubeschreiben.

Berechnen Sie die Höhe h und den Grundkreisradius r des Kegels in Abhängigkeit von a .





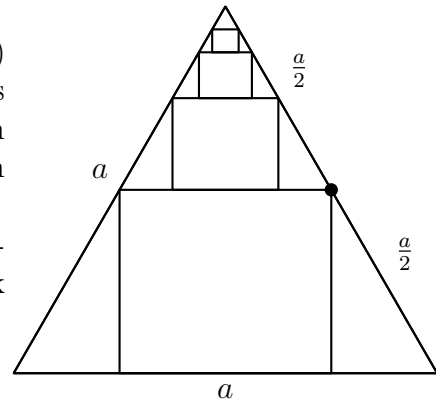
Schulnummer	Teamnummer	Name eines Teammitgliedes

Aufgabe G4 (8 Punkte)

In ein gleichseitiges Dreieck (Seitenlänge $a = 8 \text{ cm}$) wird ein Rechteck so eingeschrieben, dass eine Seite des Rechtecks auf einer Dreiecksseite liegt und die weiteren Eckpunkte des Rechtecks die Seitenmitten der anderen Dreiecksseiten sind (vgl. Abbildung).

Eine der Restflächen im Dreieck ist wieder ein gleichseitiges Dreieck, in das in gleicher Weise ein Rechteck eingeschrieben wird.

Dieser Vorgang wird mehrmals wiederholt.



- Bestimmen Sie die Fläche des ersten Rechtecks.
- Welche Fläche hat das dritte Rechteck?
Welche Fläche hat das n -te Rechteck?
- Das wie viele Rechteck hat erstmals eine Fläche, die kleiner als $\frac{1}{10} \text{ mm}^2$ ist?